# Brevet 2023 Maroc - corrigé

## Exercice 1 :

1. $\dfrac{3x-2}{5} = -2 \Rightarrow 3x - 2 = -10$

$\Rightarrow 3x = -10 + 2 = -8$

$\Rightarrow x = -\dfrac{8}{3}$

La solution est donc $x = -\dfrac{8}{3}$

$x^2 - 9 = 0$

On reconnaît une identité remarquable : $x^2 - 9 = (x+3)(x-3)$

L'équation est donc équivalente à $(x+3)(x-3) = 0$

Or un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un, au moins, de ses facteurs est nul.

On doit donc résoudre les 2 équations :

$x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3$

Et $x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$

L'ensemble des solutions est donc $S = \{-3; 3\}$

2.

a. $7 - 3x < 1 - (x-2)$

$1 - (x-2) = 1 - x + 2 = 3 - x$

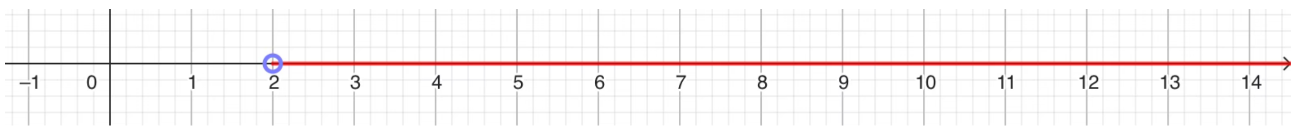
L'inéquation s'écrit donc : $7 - 3x < 3 - x$

$\Rightarrow 7 - 3 < -x + 3x$

$\Rightarrow 4 < 2x$

Les solutions de cette inéquation sont donc $x > 2$

b.




Le point d'origine $x = 2$ n'est pas inclus dans la demi-droite représentant les solutions.

3.

a. On veut résoudre le système :

$$\begin{cases} x + y = 180 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$$

La 2ème ligne nous donne la relation : $y = 2x$

En intégrant cette égalité dans la 1ère ligne, on obtient : $x + 2x = 3x = 180$

Ce qui donne $x = \dfrac{180}{3} = 60$

D'où on déduit $y = 2 \times 60 = 120$

Ce qui nous donne le résultat $x = 60$ et $y = 120$

b. En notant $x$ le nombre de garçon et $y$ le nombre de filles, on peut réécrire les hypothèses de l'énoncé sous la forme :

$x + y = 180$ (le nombre total d'élèves est bien la somme du nombre de garçons et du nombre de filles)

$x = \frac{y}{2}$ (le nombre de garçon est égal à la moitié du nombre de filles).

Mais cette 2ème égalité peut s'écrire (en multipliant les 2 membres par $2$) : $2x = y$

Ou finalement (en ramenant tous les termes du même côté) : $2x - y = 0$

Ainsi, l'énoncé nous ramène à résoudre le système : $\begin{cases} x + y = 180 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$ , qui celui de la 1ère question.

On peut donc tout de suite indiquer que le nombre de garçons est $60$ et celui de filles $120$.

# Exercice 2 :

1. Le mode d'une série statistique est la valeur pour laquelle l'effectif est le plus nombreux.

Le mode de cette série est $1$ pour lequel l'effectif est de $7$.

2. L'effectif total est de $24$ et la médiane doit donc découper cet effectif en 2 groupes de $12$ ouvriers.

On remarque que l'effectif cumulé pour les valeurs $1$ et $2$ est de $13$, la médiane se situe donc entre ces 2 valeurs.

On prendra $2$ comme valeur pour la médiane.

3. La moyenne est donnée par :

$$\frac{1 \times 7 + 2 \times 6 + 3 \times 2 + 4 \times 1 + 5 \times 5 + 6 \times 3}{24} = \frac{72}{24} = 3$$

La moyenne de cette série est donc de $3$ heures.

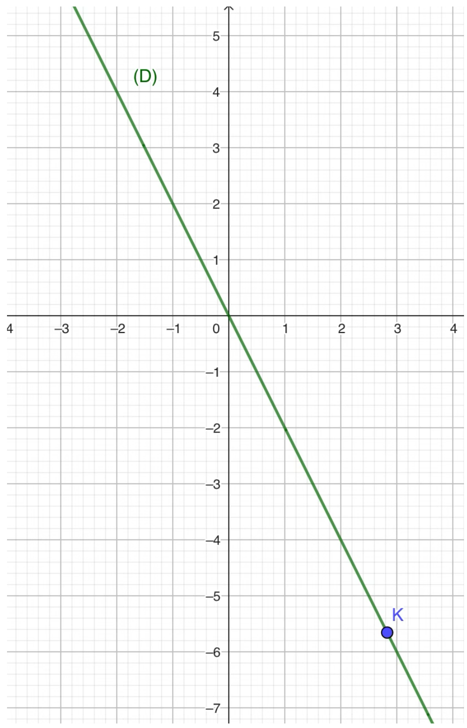
# Exercice 3 :

1.

a. $g$ est définie par $g(x) = -2x$

$\boxed{\text{Donc } g(3) = -2 \times 3 = -6}$

b. Voir la représentation ci-dessous :




c. Le point $K$ est placé sur la représentation.
Vérifions par le calcul :

$$g\left(\sqrt{8}\right) = -2\sqrt{8} = -2\sqrt{4 \times 2} = -2 \times 2\sqrt{2} = -4\sqrt{2}$$

$\boxed{\text{Donc } K \text{ appartient bien à } (D)}$

2.

a. On lit sur le graphique :

$\boxed{f(1) = 1}$

b. À nouveau sur le graphique :

$\boxed{f(-1) = 3}$

c. $f$ est une fonction affine donc son expression sera de la forme $f(x) = ax + b$, avec $a$ et $b$ des réels (qu'on sait déjà non nuls vu la représentation graphique).

$b$ correspond à l'ordonnée à l'origine, ce qui signifie que $f(0) = b$
On lit une nouvelle fois sur le graphique $f(0) = b = 2$

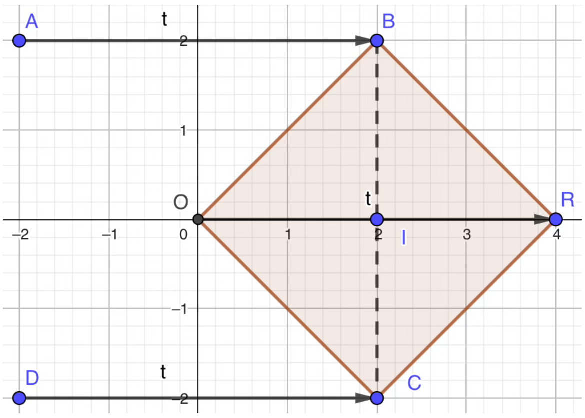
$a$ est le coefficient directeur de la droite, qu'on peut donc calculer à partir de 2 points de cette droite, en particulier ceux étudiés dans les questions précédentes $(-1; 3)$ et $(1; 1)$ :

$a = \frac{3-1}{-1-1} = \frac{2}{-2} = -1$

Ainsi, on trouve : $f(x) = -x + 2$

# Exercice 4 :

1. Ci-dessous la figure de l'exercice :




2. $ABCD$ est un carré, donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

$C$ est l'image de $D$ par la translation.

3. Par construction, on a $OR = BC$ et $\overrightarrow{BC} \perp \overrightarrow{OR}$

De plus, en introduisant $I$ milieu de $[OR]$, on note que $I$ est également milieu de $[BC]$.

Finalement, $OBRC$ a ses diagonales orthogonales, de même longueurs et qui se coupent en leur milieu.

Donc $OBRC$ est un carré.

# Exercice 5 :

1. Cf dessin ci-dessous.

2.

a. Avec des notations « évidentes », on a :

$x_{\overrightarrow{EF}} = x_F - x_E = 4 - (-2) = 6$

$y_{\overrightarrow{EF}} = y_F - y_E = 1 - 3 = -2$

Donc $\overrightarrow{EF}\,(6; -2)$

b. En notant l'équation réduite de $(EF)$ $y = ax + b$, avec $a$ et $b$ 2 réels.

$a$ est le coefficient directeur de la droite et donc $a = \frac{y_F - y_E}{x_F - x_E} = -\frac{2}{6} = -\frac{1}{3}$

De plus $y_E = -\frac{1}{3}x_E + b$, donc $3 = -\frac{1}{3} \times (-2) + b = \frac{2}{3} + b$

Donc $b = 3 - \frac{2}{3} = \frac{7}{3}$

$\boxed{\text{Finalement l'équation réduite de } (EF) \text{ est } y = -\frac{1}{3}x + \frac{7}{3}}$

c. $x_K = \frac{x_E + x_F}{2} = \frac{-2+4}{2} = 1$

Et $y_K = \frac{y_E + y_F}{2} = \frac{3+1}{2} = 2$

$\boxed{\text{Et } K(1;2)}$

3. Commençons par déterminer le coefficient directeur des droites orthogonales à $(EF)$.

*<u>Rappel :</u> 2 droites d'équations $y = ax + b$ et $y = a'x + b'$ si et seulement si leurs coefficients directeurs vérifient la relation : $aa' = -1$.*

En reprenant la notation $y = ax + b$, avec $a$ et $b$ 2 réels pour l'équation de la médiatrice de $[EF]$, d'après la question précédente on a : $-\frac{1}{3}a = -1$

Ainsi $a = 3$

Comme $K$ appartient à la médiatrice, ses coordonnées vérifient :
$y_K = 3x_K + b$ et donc $2 = 3 + b$
d'où $b = -1$

Finalement, l'équation de la médiatrice de $[EF]$ est $y = 3x - 1$

$\boxed{\text{Ce qui confirme que } (\Delta) \text{ est la médiatrice de } [EF].}$

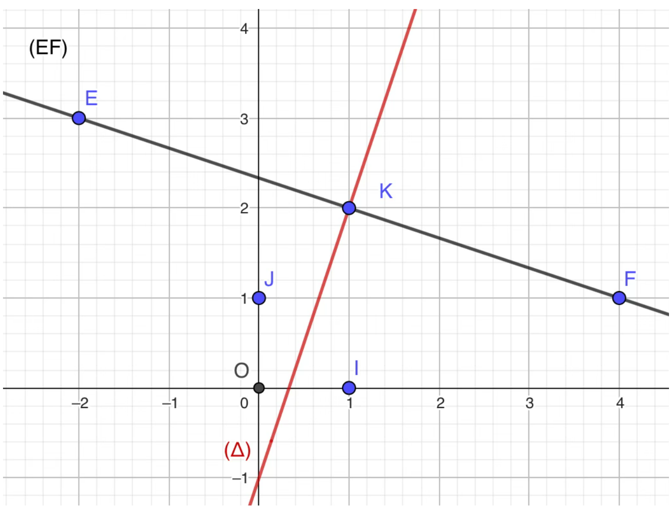
4. Cherchons les coordonnées de $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{IE}$.
J'ai rappelé la formule à la question 1, je donne directement la réponse :

$\overrightarrow{IJ}(-1;1)$ et $\overrightarrow{IE}(-3;3)$.
Et donc $\overrightarrow{IE} = 3\overrightarrow{IJ}$

$\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{IE}$ sont donc colinéaires et possèdent 1 point en commun.

$\boxed{\text{Donc } I,\ J \text{ et } E \text{ sont alignés.}}$

Le dessin :



# Exercice 6 :

1. $I$ est le centre du carré $ABCD$

Donc la longueur $AI$ mesure la moitié d'une diagonale du carré et donc $AI = \dfrac{AB}{2}\sqrt{2}$

*Remarque : si tu ne connais pas la formule de la longueur de la diagonale du carré par rapport à la longueur du côté, je te laisse la retourner en appliquant le théorème de Pythagore dans un « demi » carré.*

Et donc $AI = 3\sqrt{2}$

Appliquons maintenant le théorème de Pythagore dans la pyramide :

$SA^2 = SI^2 + AI^2 = 15^2 + \left(3\sqrt{2}\right)^2 = 243$

Donc $SA = \sqrt{243} = \sqrt{81 \times 3}$

$\boxed{\text{Et finalement } SA = 9\sqrt{3}}$

2. Appliquons la formule du volume d'une pyramide à base carrée.

*Rappel : le volume d'une pyramide à base carrée dont le côté est $c$ et la hauteur $h$ est $V = \dfrac{c^2 \times h}{3}$.*

Ainsi $V_1 = \dfrac{6^2 \times 15}{3} = 36 \times 5 = 180$

$\boxed{\text{Le volume de la pyramide est de } 180\ \text{cm}^3}$

3.

a. $EFGH$ est également un carré de côté $2\text{cm}$

$\boxed{\text{Donc l'aire de } EFGH \text{ est de } 4\ \text{cm}^2}$

b. Notons $V_3$ le volume de la pyramide « réduite » $SEFGH$.

En utilisant à nouveau la formule : $V_3 = \dfrac{2^2 \times 5}{3} = \dfrac{20}{3}$

Donc $V_3 = \dfrac{20}{3}\ \text{cm}^3$

Comme $V_2 = V_1 - V_3$

$\boxed{\text{On trouve } V_2 = \dfrac{520}{3}\ \text{cm}^3 \approx 173{,}33\ \text{cm}^3}$