

Exercice 13

Développer et réduire les expressions suivantes :

$$A = (-7x + 6)(-6x - 8)$$

$$B = (-x - 10)(-9x + 2)$$

$$C = (6x + 2)^2 + (9x - 3)(9x + 3)$$

$$D = (3x - 6)^2 - (-4x - 10)(3x + 8)$$

$$E = -(8x + 4)(3x - 10) - (6x - 5)(6x + 5)$$

$$F = (6x - 7)^2 + (5x + 10)^2$$

Solution

$$A = (-7x + 6)(-6x - 8) = 42x^2 + 56x - 36x - 48$$

$$A = 42x^2 + 20x - 48$$

$$B = (-x - 10)(-9x + 2) = 9x^2 - 2x + 90x - 20$$

$$B = 9x^2 + 88x - 20$$

Attention : pour le C, j'espère que tu as reconnu les identités remarquables et que tu n'as pas développé chacun des produits !

$$C = (6x + 2)^2 + (9x - 3)(9x + 3) = 36x^2 + 24x + 4 + 81x^2 - 9$$

$$C = 117x^2 + 24x - 5$$

$$\begin{aligned} D &= (3x - 6)^2 - (-4x - 10)(3x + 8) = 9x^2 - 36x + 36 - (-12x^2 - 32x - 30x - 80) \\ &= 9x^2 - 36x + 36 + 12x^2 + 62x + 80 \end{aligned}$$

$$D = 21x^2 + 26x + 116$$

$$\begin{aligned} E &= -(8x + 4)(3x - 10) - (6x - 5)(6x + 5) = -(24x^2 - 80x + 12x - 40) - (36x^2 - 25) \\ &= -24x^2 + 80x - 12x + 40 - 36x^2 + 25 \end{aligned}$$

$$E = -60x^2 + 68x + 65$$

$$F = (6x - 7)^2 + (5x + 10)^2 = 36x^2 - 84x + 49 + 25x^2 + 100x + 100$$

$$F = 61x^2 + 16x + 149$$

Exercice 14

Factoriser les expressions suivantes :

$$A = 81x^2 - 4$$

$$B = (-x - 2)(-3x - 4) + (8x + 4)(-3x - 4)$$

$$C = 16 - (-8x - 6)^2$$

$$D = (-9x + 2)(7x - 2) - (-9x + 2)$$

$$E = 49x^2 - 36 + (7x + 6)(5x + 8)$$

$$F = (-5x + 4)^2 - (-8x + 4)(-5x + 4)$$

Solution

$$A = 81x^2 - 4 = (9x + 2)(9x - 2)$$

$$B = (-x - 2)(-3x - 4) + (8x + 4)(-3x - 4) = (-3x - 4)(-x - 2 + 8x + 4)$$

$$B = (-3x - 4)(7x + 2)$$

$$C = 16 - (-8x - 6)^2 = (4 - 8x - 6)(4 + 8x + 6)$$

$$C = (-8x - 2)(8x + 10)$$

$$D = (-9x + 2)(7x - 2) - (-9x + 2) = (-9x + 2)(7x + 2 - 1)$$

$$D = (-9x + 2)(7x + 1)$$

$$\begin{aligned} E &= 49x^2 - 36 + (7x + 6)(5x + 8) = (7x + 6)(7x - 6) + (7x + 6)(5x + 8) \\ &= (7x + 6)(7x - 6 + 5x + 8) \end{aligned}$$

$$E = (7x + 6)(12x + 2)$$

$$F = (-5x + 4)^2 - (-8x + 4)(-5x + 4) = (-5x + 4)(-5x + 4 + 8x - 4)$$

$$F = 3x(-5x + 4)$$

Exercice 15

Si $x + \frac{1}{x} = 6$, déterminer $x^2 + \frac{1}{x^2}$

Solution

Remarque : l'énoncé étant très court, on n'a pas énormément de pistes à explorer. Compte-tenu de l'expression qu'on doit calculer, l'idée est d'élever l'égalité proposée au carré.

$$\text{Si, } x + \frac{1}{x} = 6, \text{ on a alors } \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 36$$

$$\text{Or } \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + 2 \times x \times \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$$

$$\text{Ainsi, l'égalité devient } x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 36$$

$$\text{Et finalement } x^2 + \frac{1}{x^2} = 34$$