Bac S 1996 - Asie

Exercice 1

Je ne précise pas les notations choisies pour les différentes probabilités, je pense qu'elle sont suffisamment évidentes par rapport à l'énoncé.

Partie A

On considère le dé possédant 2 faces bleues et donc 4 faces rouges.

1. Les 5 lancers sont consécutifs et donc indépendants. La probabilité de la combinaison demandée est la multiplication des évènements individuels.

On a donc $P(BBBBR) = \frac{2}{6} \times \frac{2}{6} \times \frac{2}{6} \times \frac{2}{6} \times \frac{4}{6} = \left(\frac{1}{3}\right)^4 \times \frac{2}{3} = \frac{2}{3^5}$

Et finalement $\boxed{P(BBBBR) = \frac{2}{243}}$

2. On veut cette fois une face rouge et 4 bleues, sans ordre particulier. Il y a donc 5 dispositions différentes déterminées par la position de la face rouge. Chaque disposition ayant la même probabilité que celle de la question 1 d'apparaître.

Cela donne $\boxed{P(4B1R) = \frac{10}{243}}$

3. Pour trouver la probabilité d'avoir au moins une face rouge, il faut s'intéresser à son évènement contraire qui est d'avoir 5 faces rouges.

Or $P(5R) = \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{32}{243}$

Et on sait que $P(\geqslant 1B) = 1 - P(5R)$

Et ainsi $\boxed{P(\geqslant 1B) = \frac{221}{243}}$

Partie B

1. Il y a 3 « chemins » différents pour tirer une face bleue, un par dé. On utilise la formule des propabilités totales :

$$\boxed{P(B) = \frac{1}{3} \times \frac{2}{6} + \frac{1}{3} \times \frac{3}{6} + \frac{1}{3} \times \frac{5}{6} = \frac{10}{18}}$$

On « retrouve » le fait qu'on ait 10 faces bleues, sur un total de 18 faces pour les 3 dés.

2. On utilise cette fois la formule des probabilités conditionnelles :

$$P_B(3) = \frac{P\left(3 \bigcap B\right)}{P(B)}$$

Or, on vient de calculer $P(B) = \frac{10}{18}$

Et $P\left(3\bigcap B\right)=\frac{1}{3}\times\frac{5}{6}=\frac{5}{18}$

Et donc : $P_B(3)=\frac{\frac{5}{18}}{\frac{10}{18}}=\frac{1}{2}$

Là encore, le résultat correspond à la disposition des faces bleues, donc la moitié ($\frac{5}{10}$) sont sur les 3ème dé.

Exercice 2 - enseignement obligatoire

1. Méthode analytique

a. Avec $z=x+iy$, on obtient :

$$Z=\frac{iz-4}{z-4}=\frac{i\left(x+iy\right)-4}{x+iy-4}=\frac{-y-4+ix}{x-4+iy}=\frac{\left(-y-4+ix\right)\left(x-4-iy\right)}{\left(x-4+iy\right)\left(x-4-iy\right)}$$

<u>Rappel :</u> on utilise l'expression conjuguée de $x-4+iy$ pour faire disparaître les i du dénominateur.

Donc :

$$Z=\frac{(x-4)\left(-y-4\right)-iy\left(-y-4\right)+ix\,(x-4)-i^2xy}{(x-4)^2+y^2}=\frac{-xy-4x+4y+16+iy^2+4iy+ix^2-4ix+xy}{(x-4)^2+y^2}$$

$$=\frac{-4x+4y+16+i\left(x^2+y^2-4x+4y\right)}{(x-4)^2+y^2}=\frac{-4x+4y+16}{(x-4)^2+y^2}+i\frac{x^2+y^2-4x+4y}{(x-4)^2+y^2}$$

Et donc $X=\frac{-4x+4y+16}{(x-4)^2+y^2}$ et $Y=\frac{x^2+y^2-4x+4y}{(x-4)^2+y^2}$

b. On cherche l'ensemble $\mathscr{C}$ des points M d'affixe z tel que Z soit réel.

<u>Rappel :</u>

- *Un nombre complexe est réel si sa partie imaginaire est nulle.*
- *Une fraction est nulle si son numérateur est nul (et qu'on a vérifié que son dénominateur ne l'est pas).*

On a donc $M\in\mathscr{C}$ si $x^2+y^2-4x+4y=0$

Or $x^2+y^2-4x+4y=(x-2)^2-4+\left(y+2\right)^2-4=(x-2)^2+\left(y+2\right)^2-8$

L'équation cartésienne de $\mathscr{C}$ est donc $(x-2)^2+\left(y+2\right)^2-8=0$

Qu'on peut écrire $\mathscr{C}$: $(x-2)^2+\left(y+2\right)^2=8$
On reconnaît l'équation d'un cercle de centre $I\,(2;-2)$ et de rayon $\sqrt{8}$ ou $2\sqrt{2}$ privé de A

<u>Attention :</u> on doit « enlever » A de l'ensemble des solutions, car la fonction n'y est pas définie !

2.

a. En utilisant la remarque de l'énoncé, on écrit : $\frac{iz-4}{z-4}=\frac{i\,(z+4i)}{z-4}=i\frac{z+4i}{z-4}$

($\Rightarrow$)

En reprenant les notations de la question 1, on peut alors écrire :

$$Z=\frac{iz-4}{z-4}=X+iY=i\,(-iX+Y)=i\,(Y-iX)$$

Ce qui donne $\dfrac{z+4i}{z-4} = Y - iX$

Donc, si Z est réel, $Y = 0$ et ainsi $\dfrac{z+4i}{z-4} = -iX$.

$(\Leftarrow)$

Réciproquement, si on écrit $Z' = \dfrac{z+4i}{z-4} = X' + iY'$ et qu'on utilise la question 2.a on peut écrire $\dfrac{z+4i}{z-4} = -i\dfrac{iz-4}{z-4}$ (on utilise simplement $i \times (-i) = 1$ ou $\dfrac{1}{i} = -i$)

Et de la même façon que pour le sens direct, $Z' = X' + iY' = -i(iX' - Y')$
Donc $\dfrac{iz-4}{z-4} = iX' - Y'$.

Ainsi, si Z' est imaginaire pur, $X' = 0$ et Z est un réel.

$\boxed{\text{On conclut que } \dfrac{iz-4}{z-4} \text{ est réel ssi } \dfrac{z+4i}{z-4} \text{ est imaginaire pur.}}$

b. Notons z l'affixe de M

$\boxed{\text{On déduit } z_{\overrightarrow{AM}} = z - 4 \text{ et } z_{\overrightarrow{BM}} = z + 4i}$

<u>Rappel :</u> l'argument du quotient de 2 nombres complexes représente l'angle entre les vecteurs dont les affixes sont ces nombres.

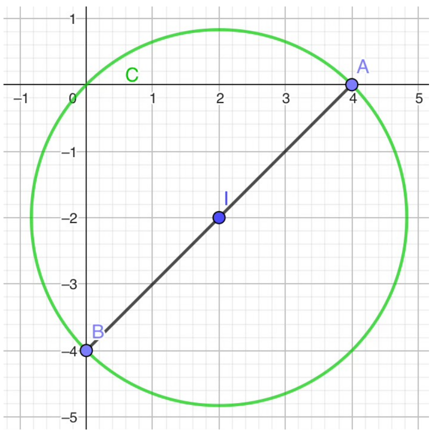
En conservant les notations de la question précédente, on vu que si Z est réel, Z' est imaginaire pur.

Or $Z' = \dfrac{z_{\overrightarrow{BM}}}{z_{\overrightarrow{AM}}}$, donc Z' imaginaire pur signifie que $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{BM}$ sont orthogonaux.
Et si $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{BM}$ sont orthogonaux M est sur le cercle de diamètre $[AB]$.

$\boxed{\text{Finalement, } \mathscr{C} \text{ est le cercle de diamètre } [AB] \text{ privé de } A.}$

<u>Remarque :</u> on s'assure que les 2 résultats correspondent ! C'est bien le cas ici, le point I définit dans le 1 est le milieu de $[AB]$ et le rayon est égal à $2\sqrt{2}$ (diagonale d'un carré de côté de longueur 2).

Figure :



Exercice 2 - enseignement de spécialité

1.

a. f et g sont des fonctions polynomiales donc bien définies et dérivables sur $\mathbb{R}$.

On a $\forall t \in \mathbb{R},\ f'(t) = t + 1$ et $g'(t) = -t + 1$

Le tableau de variation pour les 2 fonctions :

t	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
f'		$-$		$+$		$+$	
g'		$+$		$+$		$-$	
f	$+\infty$	$\searrow$	$-\frac{1}{2}$			$\nearrow$	$+\infty$
g	$-\infty$	$\nearrow$			$\frac{1}{2}$	$\searrow$	$-\infty$

b. Sans autre élément, il faut revenir au taux d'accroissement. Notons $h\left(t_0\right)$ le taux d'accroissement de la fonction en t_0 :

$$h(t_0) = \frac{y(t) - y\left(t_0\right)}{x(t) - x\left(t_0\right)} = \frac{-\frac{t^2}{2} + t - \left(-\frac{t_0^2}{2} + t_0\right)}{\frac{t^2}{2} + t - \frac{t_0^2}{2} - t_0} = \frac{-\frac{t^2}{2} + t + \frac{t_0^2}{2} - t_0}{\frac{t^2}{2} + t - \frac{t_0^2}{2} - t_0}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}\left(t_0 - t\right)\left(t_0 + t\right) - \left(t_0 - t\right)}{\frac{1}{2}\left(t - t_0\right)\left(t + t_0\right) + \left(t - t_0\right)} = \frac{\left(t_0 - t\right)\left(t_0 + t - 2\right)}{\left(t - t_0\right)\left(t + t_0 + 2\right)} = -\frac{t_0 + t - 2}{t + t_0 + 2}$$

Et donc $\lim\limits_{t \to t_0} h(t_0) = -\dfrac{t_0 - 1}{t_0 + 1}$.

Ce qui donne des tangentes parallèles aux axes des coordonnées pour $t_0 = 1$ et quand t_0 tend vers -1 donc aux points $\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$ et $\left(-\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$

c. La courbe $\mathscr{C}$ croise l'axe des ordonnées pour $x = 0$

Or $x = f(t) = \dfrac{t^2}{2} + t = t\left(\dfrac{t}{2} + 1\right)$

Donc $\mathscr{C}$ croise l'axe des ordonnées pour $t = 0$ et $t = -2$

De même, $\mathscr{C}$ croise l'axe des abscisses pour $y = 0$

Et $y = g(t) = -\dfrac{t^2}{2} + t = t\left(-\dfrac{t}{2} + 1\right)$

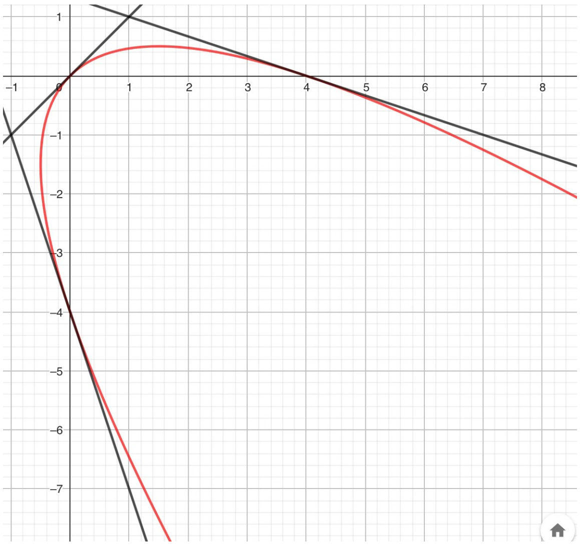
Donc $\mathscr{C}$ croise l'axe des abscisses pour $t = 0$ et $t = 2$.

Les points d'intersection de $\mathscr{C}$ avec les axes des coordonnées sont $(0; 0)$, $(0; -4)$ et $(4; 0)$

De plus, en conservant la notation $h(t)$ introduit à la question précédente pour le taux d'accroissement, on trouve :

- pour $t=0$, en $(0;0)$, $h(0)=1$ et un vecteur directeur de la tangente est $\vec{i}+\vec{j}$
- pour $t=-2$, en $(0;-4)$, $h(-2)=-3$ et un vecteur directeur de la tangente est $\vec{i}-3\vec{j}$
- pour $t=2$, en $(4;0)$, $h(2)=-\dfrac{1}{3}$ et un vecteur directeur de la tangente est $3\vec{i}-\vec{j}$

Ce qui donne la figure :



2.

a. On reconnaît $\dfrac{1+i}{\sqrt{2}}=e^{i\frac{\pi}{4}}$ (on vérifie que son module est égal à 1 et le sinus et le cosinus de son argument sont égaux à $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$)

On peut donc réécrire la relation entre z et z' : $z'=e^{i\frac{\pi}{4}}z$

$$\boxed{\text{La transformation } R \text{ est donc la rotation de centre } O \text{ et d'angle } \frac{\pi}{4}.}$$

b. On considère $z(t)=f(t)+ig(t)=\dfrac{t^2}{2}+t-i\dfrac{t^2}{2}+it$

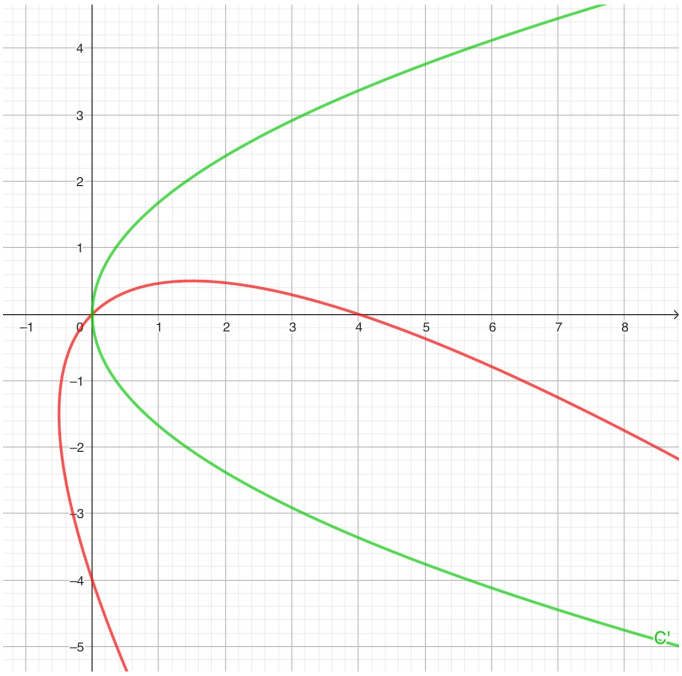
On a donc : $z'(t)=\dfrac{1+i}{\sqrt{2}}\left(\dfrac{t^2}{2}+t-i\dfrac{t^2}{2}+it\right)=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\left(\dfrac{t^2}{2}+t-i\dfrac{t^2}{2}+it+i\dfrac{t^2}{2}+it+\dfrac{t^2}{2}-t\right)$

Et finalement $z'(t)=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\left(t^2+2it\right)$

$$\boxed{\text{On a donc } x'(t)=\frac{t^2}{\sqrt{2}} \text{ et } y'(t)=\sqrt{2}t}$$

En élevant y' au carré, on trouve : $\left(y'(t)\right)^2=2t^2=2\sqrt{2}x'(t)$

$\boxed{\text{Et donc, une équation cartésienne de } \mathscr{C}' \text{ est } y^2 = 2\sqrt{2}x}$



$\mathscr{C}'$ est une parabole et est l'image de $\mathscr{C}$ par une isométrie. $\mathscr{C}$ est donc une parabole.

Problème

Partie A

1. On définit sur φ sur $\left]0; +\infty\right[$ (l'intervalle est nécessairement ouvert en 0 avec le x au dénominateur !) par :

$$\forall x \in \left]0; +\infty\right[, \ \varphi(x) = \frac{f(x) - g(x)}{x} = \frac{(1-x)\sqrt{x} + x\ln x}{x}$$

On a donc $\varphi(x) = \dfrac{(1-x)\sqrt{x} + x\ln x}{x} = \dfrac{\sqrt{x} - x\sqrt{x} + x\ln x}{x} = \dfrac{1}{\sqrt{x}} - \sqrt{x} + \ln x$

En réagençant les termes, on obtient $\forall x \in \left]0; +\infty\right[, \ \varphi(x) = \ln x - \sqrt{x} + \dfrac{1}{\sqrt{x}}$

φ est bien dérivable sur son domaine de définition comme somme de fonctions qui le sont :

$$\forall x \in \left]0; +\infty\right[, \ \varphi'(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{2x\sqrt{x}} = \frac{2\sqrt{x} - x - 1}{2x\sqrt{x}} = -\frac{x - 2\sqrt{x} + 1}{2x\sqrt{x}}$$

On reconnaît une identité remarque au dénominateur : $x - 2\sqrt{x} + 1 = \left(\sqrt{x} - 1\right)^2$

Et finalement $\forall x \in \left]0; +\infty\right[,\ \varphi'(x) = -\dfrac{\left(\sqrt{x}-1\right)^2}{2x\sqrt{x}}$

Comme $x > 0$, sur $\left]0; +\infty\right[$, $\varphi'(x) \leqslant 0$. (Le terme au carré étant évidemment positif)

Ainsi, on conclut que φ est décroissante sur $\left]0; +\infty\right[$

2. Comme $f(1) = g(1) = 0$, on trouve $\varphi(1) = 0$.

On a donc $f(x) - g(x) \geqslant 0$ sur $\left[0; 1\right]$ puis $f(x) - g(x) \leqslant 0$ sur $\left[1; +\infty\right[$.

3. on déduit :

$\mathscr{C}_f$ (courbe rouge) est au dessus de $\mathscr{C}_g$ (courbe bleue) sur $\left[0; 1\right]$, puis les positions s'inversent sur $\left[1; +\infty\right[$

Partie B

On considère a dans $\left]0; 1\right]$

1. $I(a) = \displaystyle\int_a^1 f(x)\,dx = \int_a^1 (1-x)\sqrt{x}\,dx = \int_a^1 \sqrt{x} - x\sqrt{x}\,dx = \left[\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}}\right]_a^1 = \frac{2}{3} - \frac{2}{5} - \frac{2}{3}a^{\frac{3}{2}} + \frac{2}{5}a^{\frac{5}{2}}$

Et finalement $I(a) = \dfrac{4}{15} - \dfrac{2}{3}a\sqrt{a} + \dfrac{2}{5}a^2\sqrt{a}$

2. $J(a) = \displaystyle\int_a^1 g(x)\,dx = -\int_a^1 x\ln x\,dx = -\left[\frac{x^2}{2}\ln x\right]_a^1 + \int_a^1 \frac{x}{2}dx = \frac{a^2}{2}\ln a + \left[\frac{x^2}{4}\right]_a^1 = \frac{a^2}{2}\ln a + \frac{1}{4} - \frac{a^2}{4}$

On a donc $J(a) = \dfrac{a^2}{2}\ln a + \dfrac{1}{4} - \dfrac{a^2}{4}$.

3.

a. D'après les résultats précédents, $I(a) - J(a) = \dfrac{4}{15} - \dfrac{2}{3}a\sqrt{a} + \dfrac{2}{5}a^2\sqrt{a} - \dfrac{a^2}{2}\ln a - \dfrac{1}{4} + \dfrac{a^2}{4}$

Quand on fait tendre a vers 0, tous les termes dépendants de a tendent vers 0, il ne « reste » donc que les constantes.

Et donc $\displaystyle\lim_{a\to 0} I(a) - J(a) = \frac{1}{60}$

b. Ce résultat correspond à l'aire entre les 2 courbes sur l'intervalle $\left[0; 1\right]$

<u>Remarque :</u> on peut bien considéré l'intervalle fermé pour cette réponse, car les 2 fonctions sont bien définies sur cet intervalle (grâce au prolongement de g en 0).

Partie C

1. Je ne sais pas trop si on peut se permettre d'utiliser directement la partie A dans laquelle on a identifié la courbe représentative de g. Bien que j'ai tendance à penser que oui puisque c'est donné par l'énoncé, je propose une étude rapide de g, ça ne peut pas faire de mal !

g est bien dérivable sur $\left]0; +\infty\right[$ comme produit de fonctions qui le sont et :
$\forall x \in \left]0; +\infty\right[,\ g'(x) = -\ln x - 1$

Je fais rapide, car la fonction $\ln$ est largement étudiée dans le programme.
g' est elle même strictement décroissante et s'annule pour $\ln x = -1$ et donc $x = \dfrac{1}{e}$.

Donc g est croissante sur $\left[0; \dfrac{1}{e}\right]$ puis décroissante sur $\left[\dfrac{1}{e}; +\infty\right[$.

Comme $g(0) = 0$, on ne peut avoir $g(x) = -24$ sur $\left[0; \dfrac{1}{e}\right]$. La limite de g en $+\infty$ étant $-\infty$ (pas de forme indéterminée, les 2 fonctions du produit tendant vers $+\infty$). L'équation $g(x) = -24$ possède une solution unique située dans $\left[\dfrac{1}{e}; +\infty\right[$.

De plus, $g(9) \approx -19.78$ et $g(11) \approx -26.38$, ce qui confirme que $9 < \alpha < 11$.

$\boxed{\text{Finalement, l'équation } g(x) = -24 \text{ possède une unique solution } \alpha \text{ sur } \mathbb{R}_+ \text{ et } 9 < \alpha < 11.}$

$g(x) = -24$ se réécrit $-x \ln x = -24$ et comme $\ln x$ ne s'annule pas sur $\left]9; 11\right[$,

$\boxed{\text{On confirme que } \alpha \text{ est solution de } x = \dfrac{24}{\ln x}}$

2. La fonction $\ln$ est strictement croissante, donc son inverse est strictement décroissante.

a. On a donc que l'image de $[9; 11]$ par h est $[h(11); h(9)]$.

Or $h(11) \approx 10.01$ et $h(9) \approx 10.92$, donc $[h(11); h(9)] \subset [9; 11]$

$\boxed{\text{On peut donc bien conclure que tout } x \text{ de } [9; 11] \text{ a son image dans } [9; 11].}$

b. h est dérivable sur $[9; 11]$ comme inverse d'une fonction dérivable qui ne s'annule pas sur l'intervalle.

On a $\forall x \in [9; 11],\ h'(x) = \dfrac{-\frac{24}{x}}{(\ln x)^2} = -\dfrac{24}{x(\ln x)^2}$

h' est négative est croissante, sa valeur absolue est donc décroissante (elle correspond à l'inverse d'une fonction croissante). Ainsi :

$$\forall x \in [9; 11],\ \left|h'(x)\right| \leqslant \frac{24}{9(\ln 9)^2} = \frac{24}{9(2\ln 3)^2} = \frac{2}{3(\ln 3)^2}$$

De plus, $\dfrac{2}{3\left(\ln 3\right)^2} \approx 0.55$

Finalement, on obtient bien l'inégalité : $\forall x \in \left[9;11\right],\ \left\|h'(x)\right\| \leqslant \dfrac{2}{3\left(\ln 3\right)^2} < 0.56$

c. De la question précédente, en utilisant l'inégalité des accroissements finis, on obtient :

$$\boxed{\forall x \in \left[9;11\right],\ \left|h(x) - h(\alpha)\right| \leqslant 0.56\,\left|x - \alpha\right|}$$

3.
a. La récurrence est basée sur le résultat de la question 2.a.
Initialisation : $u_0 \in \left[9;11\right]$ donc $u_1 = h\left(u_0\right) \in \left[9;11\right]$
Donc la propriété est vraie au rang 1
Hérédité : supposons la propriété vraie au rang n (ie $u_n \in \left[9;11\right]$) et étudions le rang $n+1$.
$u_{n+1} = h\left(u_n\right) \in \left[9;11\right]$.

Ce qui nous assure de l'hérédité de la propriété.

On conclut, que $\forall n \in \mathbb{N},\ u_n \in \left[9;11\right]$

D'après la question 1, on sait que $h(\alpha) = \alpha$, en introduisant cela dans le résultat de la question 2.c, on trouve :
$\forall n \in \mathbb{N},\ \left|h\left(u_n\right) - h(\alpha)\right| \leqslant 0.56\left|u_n - \alpha\right|$

Ce que l'on peut réécrire $\forall n \in \mathbb{N},\ \left\|u_{n+1} - \alpha\right\| \leqslant 0.56\left\|u_n - \alpha\right\|$.

b. Montrons par récurrence que $\forall n \in \mathbb{N},\ \left|u_{n+1} - \alpha\right| \leqslant 0.56^n\left|u_0 - \alpha\right|$
Initialisation : on a immédiatement $\left|u_1 - \alpha\right| \leqslant 0.56\left|u_0 - \alpha\right|$

Hérédité : supposons la propriété vraie au rang n et étudions le rang $n+1$
On sait que $\left|u_{n+2} - \alpha\right| \leqslant 0.56\left|u_{n+1} - \alpha\right|$
Et par hypothèse de récurrence, $\left|u_{n+1} - \alpha\right| \leqslant 0.56^n\left|u_0 - \alpha\right|$.

En intégrant cela dans l'inégalité de départ :
$\left|u_{n+2} - \alpha\right| \leqslant 0.56\left|u_{n+1} - \alpha\right| \leqslant 0.56 \times 0.56^n\left|u_0 - \alpha\right| = 0.56^{n+1}\left|u_0 - \alpha\right|$
Ce qui nous assure l'hérédité de la propriété.

On conclut donc $\forall n \in \mathbb{N},\ \left|u_{n+1} - \alpha\right| \leqslant 0.56^n\left|u_0 - \alpha\right|$
De plus, $u_0 = 9$ et $\alpha \in \left[9;11\right]$, donc $\left|u_0 - \alpha\right| \leqslant 2$.

Finalement, on a bien $\forall n \in \mathbb{N},\ \left\|u_{n+1} - \alpha\right\| \leqslant 2 \times 0.56^n$

Comme $0.56 < 1$, on sait que $0.56^n \to 0$ quand $n \to +\infty$.

De plus, on peut compléter l'inégalité de la question précédente avec
$\forall n \in \mathbb{N},\ 0 \leqslant \left|u_{n+1} - \alpha\right| \leqslant 2 \times 0.56^n$.

On peut alors appliquer le théorème des gendarmes pour conclure que $\lim\limits_{n \to +\infty}\left(u_{n+1} - \alpha\right) = 0$

Et on obtient finalement que $\left(u_n\right)$ converge vers α.

c. Pour trouver n, on va passer au (car la fonction est croissante et les nombres considérés sont bien positifs)

$2 \times 0.56^n \leqslant 0.01$ est équivalente à $\ln\left(2 \times 0.56^n\right) \leqslant \ln(0.01)$.

Or, $\ln\left(2 \times 0.56^n\right) = \ln 2 + n \ln\left(0.56\right)$ et $\ln(0.01) = -2\ln(10)$.

On cherche donc $n \ln\left(0.56\right) \leqslant -2\ln(10) - \ln 2$.

Finalement : $n \geqslant \dfrac{-2\ln(10) - \ln 2}{\ln\left(0.56\right)}$

<u>Remarque :</u> on divise par un nombre négatif, donc le sens de l'inégalité est inversé.

De plus $\dfrac{-2\ln(10) - \ln 2}{\ln\left(0.56\right)} \approx 9.14$.

Donc, comme $n_0 \in \mathbb{N}$, on a $n_0 = 10$

u_{n_0} correspond à une approximation à 10^{-2} près de α.

On obtient $u_{10} \approx 10.29$