

Brevet 2007 - Métropole

Activités numériques :

Exercice 1 :

1. $(3x + 5)^2 = 9x^2 + 30x + 25$

Rappel : identité remarquable à connaître (dans les 2 sens) $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

2. On teste les différentes propositions pour $x = 4$

$$x(x + 1) = 4 \times 5 = 20$$

$$(x + 1)(x - 2) = 5 \times 2 = 10$$

$$(x + 1)^2 = 5^2 = 25$$

3. Décomposons : $\sqrt{48} = \sqrt{4 \times 4 \times 3} = 4\sqrt{3}$

$$\text{Donc } \frac{\sqrt{48}}{2} = 2\sqrt{3}$$

$$4. \quad 2x - (8 + 3x) = 2x - 8 - 3x = -x - 8$$

$$\text{Donc } 2x - (8 + 3x) = 2 \text{ équivaut à } -x - 8 = 2$$

$$\text{Donc la solution est } x = -10$$

5. En 3èA, il y a 12 filles. $30 \times 40 \% = \frac{30 \times 40}{100} = 12$

En 3èB, il y a également 12 filles. $20 \times 60 \% = \frac{20 \times 60}{100} = 12$

En tout, on a donc 50 élèves, dont 24 filles. Cela correspond à un pourcentage de 48 %

Exercice 2 :

1. Déroulons les étapes du programme :

- On choisit -2
- On ajoute 4, ce qui donne 2
- On multiplie par le nombre choisi, ce qui donne -4
- On ajoute 4, ce qui donne bien 0

Si on choisit -2 , le programme retourne 0.

2. Recommençons :

- On choisit 5
- On ajoute 4, ce qui donne 9
- On multiplie par le nombre choisi, ce qui donne 45
- On ajoute 4, ce qui donne 49

Avec 5, le programme retourne 49

3.

a. Choisissons 7 et 12 :

- $7 + 4 = 11$
- $11 \times 7 = 77$
- $77 + 4 = 81$

Donc avec 7, le programme retourne $81 = 9^2$

- $12 + 4 = 16$
- $16 \times 12 = 192$
- $192 + 4 = 196$

Avec 12, le programme retourne $196 = 14^2$

b. Regardons le comportement du programme avec un entier n .

Si on reprend les différentes étapes du programme, celui-ci retourne :

$$n(n + 4) + 4 = n^2 + 4n + 4 = (n + 2)^2$$

Avec un entier n en entrée, le programme retourne le carré de $n + 2$.

4. D'après la question précédente, le candidat désigné est -1 .

Vérifions maintenant :

$$-1 + 4 = 3, 3 \times -1 = -3 \text{ et } -3 + 4 = 1$$

Cela confirme bien que -1 en entrée produit 1 en sortie du programme.

Activités géométriques :

Exercice 1 :

1.

a. $AC^2 = 15^2 = 225$

$$AB^2 = 9^2 = 81$$

$$BC^2 = 12^2 = 144$$

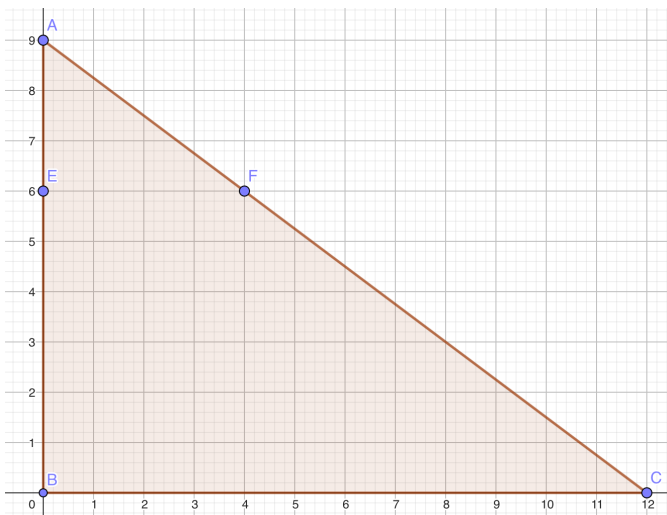
$$\text{On vérifie que } AB^2 + BC^2 = 81 + 144 = 225 = AC^2$$

Cela confirme que ABC est rectangle en B .

b. La figure sera collée ci-dessous à la question 2.a.

2.

a.



b. On remarque que $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{1}{3}$

Et donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, $(EF) \parallel (BC)$.

3. L'aire du triangle AEF est donnée par $\frac{AE \times EF}{2}$.

Et d'après le théorème de Thalès, on sait que $\frac{EF}{BC} = \frac{1}{3}$ également et donc $EF = 4$.

Donc l'aire de AEF vaut 6cm^2 .

Exercice 2 :

1. Comme ADB est inscrit dans le cercle et que BD en est un diamètre, on peut dire que

Le triangle ADB est rectangle en A .

2. Comme ABC est équilatéral, ses angles, dont \widehat{ABC} , valent 60°

De plus, (BD) est une bissectrice de cet angle.

Donc \widehat{ABD} vaut 30°

3. Par construction, $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{DE}$ et $OCED$ est un parallélogramme.

Mais on a également, $OC = OD$ (rayon du cercle) et donc les 4 côtés de $OCED$ ont la même longueur et $OCED$ est un losange.

Cela implique que ses diagonales sont perpendiculaires.

Et donc $(OE) \perp (DC)$

Problème :

Partie 1 :

1. $HI = HB - IB$ et $EA = IB = 2$

Et donc $HI = 3$

2. Nous allons calculer HE par le théorème de Pythagore :

$$HE^2 = HI^2 + IE^2 = 9 + 5.0625 = 14.0625$$

Ce qui donne $HE = 3.75$

3. Notons \widehat{H} l'angle considéré.

$$\cos(\widehat{H}) = \frac{HI}{HE} = \frac{3}{3.75} = 0.8.$$

Et donc $\widehat{H} = 37^\circ$.

Partie 2 :

1. Comme $\widehat{IHE} = 45^\circ$ et $\widehat{HIE} = 90^\circ$, le dernier angle $\widehat{IEH} = 45^\circ$.
Avec ses 2 angles à la base égaux, IHE est isocèle.

Donc IHE est un triangle rectangle isocèle.

2. Comme $IE = 2.25$, $HI = IE = 2.25$.

On a donc $IB = 5 - HI = 5 - 2.25 = 2.75$.

Et $AE = IB = 2.75$

Partie 3 :

1. On sait que $IE = 2.25$. De plus, $\tan(\widehat{IHE}) = \frac{IE}{HI}$.

Donc $HI = \frac{IE}{\tan(60^\circ)}$ et $HI \approx 1.3$.

(Je laisse la valeur au mm , je pense que ça n'aurait pas trop de sens d'avoir une valeur au demi- mm et une au cm !)

2. On trouve de la même façon que dans la partie 2, $AE \approx 3.7$

Remarque : on peut vérifier la réponse avec le graphique de la question suivante !

Partie 4 :

D'après le graphique, pour que AE soit compris entre 3 et 3.5cm, il faut que \widehat{IHE} mesure entre 48° et 56° .