Brevet 1992 - Amiens

Partie numérique

I.

1. $A = 5\left(3x^2+2\right) + 3\left(x^2-9x\right) = 15x^2 + 10 + 3x^2 - 27x$

$\boxed{A = 18x^2 - 27x + 10}$

$B = (3x-2)\left(6x-5\right) = 18x^2 - 15x - 12x + 10$

$\boxed{B = 18x^2 - 27x + 10}$

$C = (4x-3)^2 + (2x-1)(x-1) = 16x^2 - 24x + 9 + 2x^2 - 2x - x + 1$

$\boxed{C = 18x^2 - 27x + 10}$

2. On doit résoudre : $(3x-2)\left(6x-5\right) = 0$

<u>Rappel :</u> si a et b sont 2 réels, $ab = 0$ signifie que $a = 0$ ou $b = 0$.

Donc $(3x-2)\left(6x-5\right) = 0$ implique que $3x-2=0$ ou $6x-5=0$

$\boxed{\text{Cela nous donne donc que les 2 solutions de l'équation sont } x = \frac{2}{3} \text{ ou } x = \frac{5}{6}}$

3. $D = 18x^2 - 27x + 10$

x	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2
D	10	3	1	1	28

Précisons le calcul pour $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{2}$ (avec un abus d'écriture sur lequel on passera) :

$$D\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{18}{9} - \frac{27}{3} + 10 = 2 - 9 + 10 = 3$$
$$D\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{18}{4} - \frac{27}{2} + 10 = -\frac{36}{4} + 10 = 1$$

II.

1. Le volume de gasoil est de $\boxed{50L \text{ à 6h}}$ et $\boxed{40L \text{ à 12h.}}$

2. Un plein de $\boxed{60L \text{ a été fait à 9h30}}$

3. L'engin a consommé $\boxed{30L \text{ entre 9h30 et midi.}}$

La consommation de $30L$ en 2h30, correspond à $\boxed{12L/h}$

$$\frac{30}{2.5} = \frac{30 \times 2}{5} = 12$$

4. Segment par segment :

$[AB]$: $10L$ en 75 minutes
$[BC]$: $30L$ en 85 minutes
$[CD]$: $0L$ en 50 minutes
$[DE]$: plein de $60L$
$[EF]$: $30L$ en 150 minutes

III.

$A = \sqrt{600} - \sqrt{24} = \sqrt{6 \times 100} - \sqrt{6 \times 4} = 10\sqrt{6} - 2\sqrt{6} = 8\sqrt{6}$

$\boxed{A = a\sqrt{6} \text{ avec } a = 8}$

$B = \sqrt{14}\sqrt{21} = \sqrt{2 \times 7}\sqrt{3 \times 7} = \sqrt{6 \times 7^2} = 7\sqrt{6}$

$\boxed{B = b\sqrt{6} \text{ avec } b = 7}$

$C = \left(3\sqrt{2} - \sqrt{3}\right)\left(2\sqrt{3} + \sqrt{2}\right) = 6\sqrt{6} + 6 - 6 - \sqrt{6} = 5\sqrt{6}$

$\boxed{C = c\sqrt{6} \text{ avec } c = 5}$

Partie géométrique

Exercice 1 :

1. Cf. représentation ci-dessous.

2. Les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ sont $\left(x_B - x_A, y_B - y_A\right)$

$\boxed{\text{Et donc coordonnées de } \overrightarrow{AB} \text{ sont } (2{,}2)}$

Les coordonnées de F sont $\left(x_E + 2, y_E + 2\right)$

$\boxed{\text{Donc les coordonnées de } F \text{ sont } (3{,}0)}$

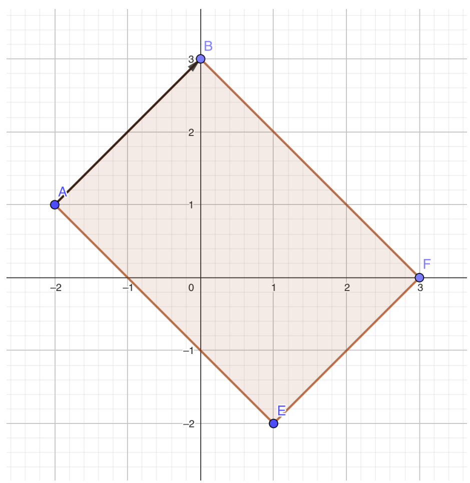
3. Par définition, $\overrightarrow{AB}$ est un vecteur directeur de (AB)

Donc, le coefficient directeur de (AB) est $\dfrac{y_{\overrightarrow{AB}}}{x_{\overrightarrow{AB}}} = 1$

L'équation de (AB) va donc être de la forme $y = x + c$, $c \in \mathbb{R}$.
De plus la droite passe par $B\,(0{,}3)$.

$\boxed{\text{Donc l'équation de } (AB) \text{ est } y = x + 3}$

4.



Par construction $ABFE$ est un parallélogramme.
Étudions l'angle $\widehat{BAE}$:
Les coordonnées de $\overrightarrow{AE}$ sont $(3, -3)$ et on trouve que le coefficient directeur de (AE) est -1

<u>Rappel :</u> si 2 droites sont perpendiculaires, le produit de leurs coefficients directeurs est égal à -1.

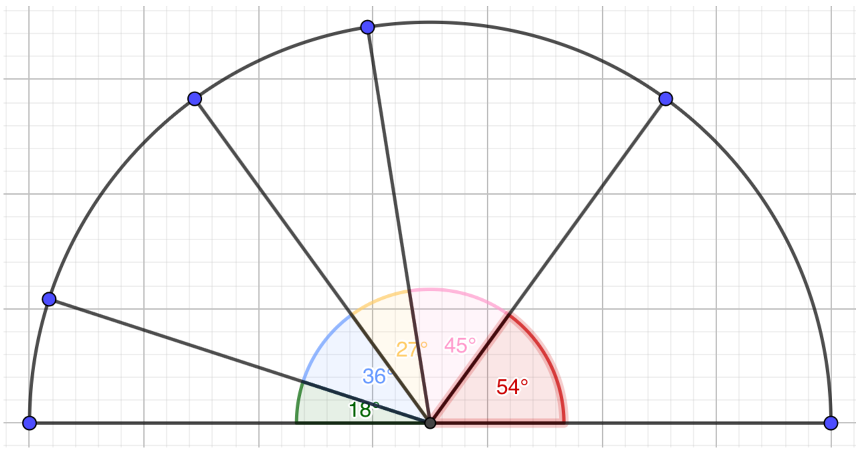
Ainsi $(AB) \perp (AE)$

Et finalement $ABFE$ est un rectangle.

Exercice 2 :

Candidat	A	B	C	D	E
Pourcentage	$10\,\%$	$20\,\%$	$15\,\%$	$25\,\%$	$30\,\%$
Angle	$18°$	$36°$	$27°$	$45°$	$54°$

La calcul se base sur le fait que $100\,\%$ des voix correspond à un demi-cercle, donc $180°$. On fait ensuite une règle de 3. On vérifie, une fois le tableau complété, que la somme fait bien $180°$.



Exercice 3 :

1. AH est une diagonale du rectangle, donc l'hypoténuse du triangle rectangle AEH
$AH^2 = AE^2 + EH^2 = 64 + 36 = 100$

Donc on trouve bien que la longueur de AH est de $10cm$.

2. $cos\left(\widehat{HAD}\right) = \dfrac{AD}{AH} = \dfrac{6}{10}$

Ou $cos\left(\widehat{HAD}\right) = \dfrac{3}{5}$

Ce qui donne $\widehat{HAD} \approx 53°$

3. Calculons d'abord la longueur de DB :
$DB^2 = AB^2 + AD^2 = 56.25 + 36 = 92.25$

D'où DB vaut $9.6cm$.

Ensuite, $HB^2 = HD^2 + DB^2 = 64 + 92.25 = 156.25$

$\boxed{\text{Et } HB = 12.5cm}$

D'après les longueurs trouvées, on remarque que $HB^2 = AB^2 + HA^2$ et par la réciproque du théorème de Pythagore, HAB est rectangle en A.

D'où $cos\left(\widehat{AHB}\right) = \dfrac{HA}{HB} = \dfrac{10}{12.5} = 0.8$

$\boxed{\text{On trouve donc } \widehat{AHB} \approx 37°}$

4. Le volume V d'une pyramide à base triangulaire est donné par la formule
$V = aire\ de\ la\ base \times hauteur$

Dans notre cas, l'aire de DAB vaut $\dfrac{1}{2} \times 6 \times 7.5 = 22.5$ et la hauteur HD vaut 8.

Donc $V = 22.5 \times 8 = 180$.

$\boxed{\text{Le volume de la pyramide } ADBH \text{ vaut } 180cm^3}$

Problème

1.

a. L'aire de ABC vaut $\dfrac{6x}{2}$.

$\boxed{\text{L'aire de } ABC \text{ vaut } 3x.}$

b. $\boxed{\text{L'aire de } BDEF \text{ vaut } 2(x+1)}$

c. On veut que les 2 aires soient égales, ce qu'on peut traduire par : $3x = 2x + 2$

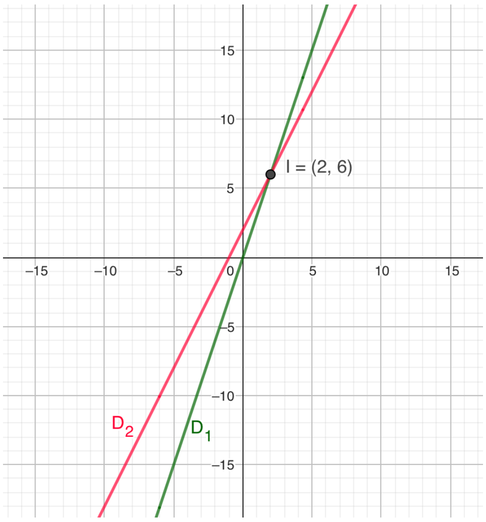
$\boxed{\text{Ce qui donne immédiatement que les 2 aires sont égales pour } x = 2}$

2.

BC	x	3	4	7
Aire ABC	$3x$	9	12	21
Aire $BDEF$	$2x + 2$	8	10	16

3. B

a.



b. Comme on l'a vu en 1.c, les droites se croisent en $x = 2$. Ce qui donne $y = 6$.

$\boxed{\text{Le point d'intersection de } D_1 \text{ et } D_2 \text{ est } I\left(2{,}6\right)}$

4.
a. $\boxed{\text{L'aire du disque de rayon } BC \text{ est } \pi x^2 \text{ et celui de rayon } BD \text{ est } \pi\,(x+1)^2}$

b. Le volume du cylindre est donné par la formule $aire\ de\ la\ base \times hauteur$

$\boxed{\text{Le volume du cylindre est } 2\pi\,(x+1)^2}$

c. Le volume du cône est $aire\ de\ la\ base \times \dfrac{hauteur}{3}$

$\boxed{\text{Le volume du cône est } 2\pi x^2}$

d. En reprenant les 2 expressions trouvées pour les volumes, on a $2\pi x^2 < 2\pi\,(x+1)^2$.

<u>Attention :</u> cette inégalité n'est vrai que pour $x \geqslant -\dfrac{1}{2}$, ce qui ne pose pas de problème pour nous car x représente une distance donc est positif.

$\boxed{\text{Ce qui permet de conclure que l'aire du cône est toujours plus petit que l'aire du cylindre.}}$