Histoire : introduction des nombres complexes

Les nombres complexes sont introduits comme « outil » pour la résolution des polynômes du 3ème degré par radicaux.
L'histoire commence en 1545 avec Cardan qui définit une racine carrée d'un nombre négatif qu'il appelle sophistiqué.

1- une équation $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ peut se mettre sous la forme $y^3 + py + q = 0$ via un changement de variable $y = x - \frac{a}{3}$ qui permet de simplifier les termes en x^2.
2- L'équation $x^3 + px + q = 0$ peut se résoudre avec la solution générique,
$x = \sqrt[3]{\frac{-q + \sqrt{q^2 + 4(\frac{p}{3})^3}}{2}} + \sqrt[3]{\frac{-q - \sqrt{q^2 + 4(\frac{p}{3})^3}}{2}}$. Mais $q^2 + 4(\frac{p}{3})^3$ peut être négatif !
C'est Jérôme Cardan qui introduit les racines de nombres négatifs en 1545, qu'il appelle *nombres sophistiqués*.
Dans l'exemple $x^3 - 15x - 4$, 4 est une racine « évidente » (les 3 racines sont d'ailleurs réelles) alors que $q^2 + 4(\frac{p}{3})^3 = 16 - 500 = -484$.

C'est pour outre passer ces difficultés que Raphaël Bombelli a introduit en 1572 les nombres complexes sous la forme $a + \sqrt{-1}b$ et met en place les règles de calcul. $b\sqrt{-1}$ est alors appelé nombre *impossible*, puis *imaginaire*. Pendant longtemps les nombres complexes sont restés des « bizarreries » dont l'utilité se limitait à des concours de calculs !

En 1774, Carl Friedrich Gauss remarque que la notation $\sqrt{-1}$ pose problème par rapport à la propriété $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$, car $\sqrt{-1}\sqrt{-1} = -1$ et $\sqrt{(-1)(-1)} = 1$.
C'est Leonhard Euler qui introduit la notation $\sqrt{-1} = i$ en 1777.

Source :
https://fr.wikipedia.org/wiki/Histoire_des_nombres_complexes
http://images.math.cnrs.fr/Resolution-des-equations-de-degre-3-et-4.html
https://lespritsorcier.org/blogs-membres/origine-du-nombre-imaginaire-i/